

**Департамент образования и науки города Москвы
Государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования города Москвы
«Московский городской педагогический университет»
Самарский филиал**

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ДЛЯ
ПОСТУПАЮЩИХ НА ПРОГРАММЫ БАКАЛАВРИАТА**

«Алгебра и начала математического анализа»

Разработчики программы вступительного испытания:

Ф.И.О.	Ученая степень/звание/должность
Богданов Сергей Николаевич	Кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики и информатики, заведующий кафедрой высшей математики и информатики
Кирюков Станислав Рэмович	Кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики и информатики, заместитель директора по учебной работе и качеству образования
Богданов Павел Сергеевич	Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики и информатики
Иванов Александр Михайлович	Кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики и информатики

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры высшей математики и информатики

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа вступительного испытания выполнена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по программам бакалавриата.

Вступительное испытание проводится в **дистанционной** форме.

Экзамен проходит в письменной форме.

Платформа проведения Moodle (для дистанционных экзаменов).

Продолжительность экзамена составляет 3 часа 55 минут (235 минут)

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 16 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом, то есть с подробным решением задачи.

На экзамене поступающий в высшее учебное заведение должен показать:

1. Четкое знание математических понятий, формул и теорем, предусмотренных программой.
2. Умение точно и сжато выражать математическую мысль в письменном изложении с использованием соответствующей символики.
3. Уверенное владение математическими знаниями и навыками, предусмотренными программой, применительно к решению задач.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

Оценка за экзамен - 100 баллов.

Баллы, набранные абитуриентом за успешно выполненные задания, суммируются.

Решение каждой из задач 1-11 оценивается целым числом от 0 до 1 балла, задач 12-14 - от 0 до 2 баллов, задач 15-16 – от 0 до 4 баллов

Оценка на письменном экзамене по математике выставляется членами предметной комиссии по стобальной системе в соответствии со шкалой перевода первичных баллов (от 0 до 25 баллов) в 100-бальную оценку.

Шкала перевода первичных баллов в 100-бальную оценку

Первичный балл	100-бальная оценка
0	0
1	5
2	9
3	14
4	18
5	23
6	27
7	33
8	39
9	45
10	50
11	56
12	62

Первичный балл	100-бальная оценка
13	68
14	72
15	76
16	80
17	84
18	86
19	88
20	90
21	92
22	94
23	96
24	98
25	100

Минимальный балл за успешное прохождение вступительного испытания устанавливается Университетом ежегодно. Абитуриент, набравший по итогам экзамена, ниже установленного Университетом минимального балла, считается не сдавшим вступительное испытание и выбывает из участия в конкурсе.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Спецификация экзаменационной работы

№ задания	уровень сложности	Проверяемые элементы содержания и виды деятельности
1	Б	Уметь решать уравнения и неравенства
2	Б	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели
3	Б	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели
4	Б	Уметь выполнять вычисления и преобразования
5	Б	Уметь выполнять вычисления и преобразования
6	Б	Уметь выполнять действия с функциями
7	П	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни
8	П	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели
9	П	Уметь выполнять действия с функциями
10	П	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни
11	П	Уметь выполнять действия с функциями
12	П	Уметь решать уравнения и неравенства
13	П	Уметь решать уравнения и неравенства
14	П	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни
15	В	Уметь решать уравнения и неравенства
16	В	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели

Содержание программы по разделам математики

Арифметика. Алгебра и начала анализа.

1. Натуральные числа (\mathbb{N}). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное.
2. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
3. Целые числа (\mathbb{Z}). Рациональные числа (\mathbb{Q}), их сложение, вычитание. Умножение, деление. Сравнение рациональных чисел.
4. Действительные числа (\mathbb{R}). Их представление в виде десятичных дробей.
5. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.
6. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения. Преобразование выражений.
7. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.
8. Логарифмы и их свойства.
9. Одночлен и многочлен.
10. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.
11. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений. Функция, обратная данной.
12. График функции. Возрастание и убывание функции. Периодичность, четность, нечетность.
13. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.
14. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл.
15. Производные функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = x^n$ ($n \in \mathbb{N}$), $y = a^x$.
16. Определение, основные свойства функции $y = ax + b$ и ее график.

17. Определение, основные свойства функции $y = k/x$ и ее график.
18. Определение, основные свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и ее график.
19. Определение, основные свойства степенной функции $y = x^n$ и ее график.
20. Определение, основные свойства показательной функции $y = a^x$ и ее график.
21. Определение, основные свойства логарифмической функции и ее график.
22. Определение и свойства функций $y = \sin x$, $y = \cos x$ и их графики.
23. Определение и свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и ее график.
24. Формулы приведения.
25. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
26. Тригонометрические функции двойного аргумента.
27. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).
28. Преобразование в произведение сумм $\sin x + \sin y$, $\cos x + \cos y$.
29. Уравнения. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.
30. Формула корней квадратного уравнения. Разложение квадратного трехчлена на множители.
31. Решение рациональных уравнений.
32. Решение иррациональных уравнений.
33. Решение уравнений, содержащих знак модуля.
34. Решение показательных уравнений.
35. Решение логарифмических уравнений.
36. Решение тригонометрических уравнений.
37. Неравенства. Свойства числовых неравенств.
38. Решение неравенств. Понятие о равносильных неравенствах.
39. Метод интервалов решения неравенств.
40. Решение рациональных неравенств.

41. Решение иррациональных неравенств.
42. Решение неравенств, содержащих знак модуля.
43. Решение показательных неравенств.
44. Решение логарифмических неравенств.
45. Решение простейших тригонометрических неравенств.
46. Системы уравнений и неравенств. Решение систем.
47. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.

ПРИМЕРНЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ/ ЗАДАНИЯ

Все вопросы и задания, представленные в данном разделе, являются ПРИМЕРНЫМИ!

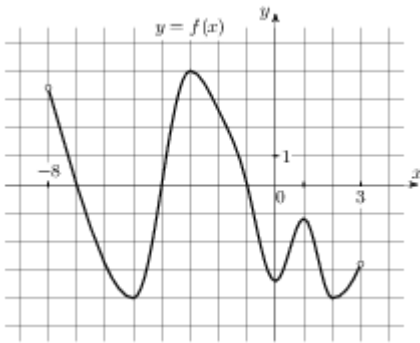
Мы публикуем их для формирования у Вас общего понимания, что будет на вступительном испытании. На самом экзамене у Вас уже будут реальные билеты и задания. Они могут отличаться от того, что представлено в данном разделе.

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 16 заданий. Часть 1 содержит 6 заданий базового и 5 заданий повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 3 задания повышенного и 2 задачи высокого уровня сложности.

В заданиях 1-11 (задания с кратким ответом) достаточно записать только ответ, при выполнении заданий 12-16 (задания с развернутым ответом) следует привести полное решение.

Часть 1

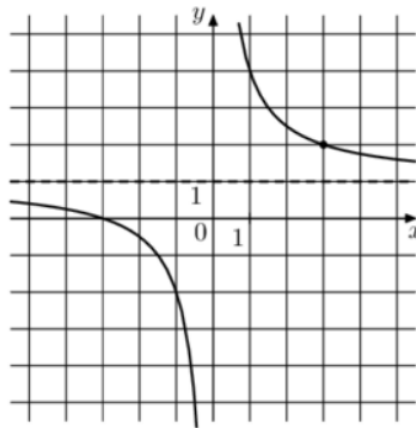
- 1 Найдите корень уравнения $(x + 12)^2 = 48x$.
- 2 Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,95. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,04. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.
- 3 Одна таблетка лекарства весит 40 мг и содержит 14% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 0,8 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте четырёх месяцев и весом 7 кг в течение суток?
- 4 Найдите значение выражения $\frac{5 \sin 32^\circ}{\cos 16^\circ \cdot \cos 74^\circ}$.
- 5 Найдите значение выражения $(1 - \log_2 12)(1 - \log_6 12)$.
- 6 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x) = 0$ на отрезке $[-7; -1]$.



- 7 Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полета мячика, выраженная в метрах, определяется формулой $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$, где $v_0 = 16$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 2,2 м на расстоянии 1 м?

- 8 По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 130 метров, второй — длиной 120 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 600 метров. Через 11 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 800 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

- 9 На рисунке изображен график функции $f(x) = \frac{k}{x} + a$. Найдите $f(-12)$.



- 10 На фабрике керамической посуды 10% произведенных тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

- 11 Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{x^2 + 81}{x}$ на отрезке $[4; 20]$.

Часть 2

- 12) а) Решите уравнение $\frac{1}{\sqrt{3}}(\operatorname{tg}x - \sin x) = 2\sin^2 \frac{x}{2}$.
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -2\pi]$.
- 13) Решите неравенство $10\log_{\frac{x}{4}} x + 3\log_{\frac{4}{x}} x^3 + 6\log_{4x^5} x^4 \leq 3$.
- 14) В июле 2017 года планируется взять кредит на пять лет в размере 4,2 млн. рублей. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг возрастает на a процентов по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
 - в июле 2018, 2019, 2020 годов долг остается равным 4,2 млн. рублей;
 - суммы выплат в 2021 и 2022 годах равны.
- Найдите a , если известно, что долг будет выплачен полностью и общий размер выплат составит 6,1 млн. рублей.
- 15) Найдите все значения параметра a , при которых уравнение $a(2 \cdot 2^{|x|} - a - 3)\sqrt{2^{|x|} - a + 2} = 0$ имеет ровно два различных корня.
- 16) Для записи двух натуральных чисел c и d ($c < d$) используют две различные цифры, не равные нулю, причем каждую из них ровно три раза. Например, могут быть записаны числа 17 и 7711.
- а) Может ли отношение $\frac{c}{d}$ равняться $\frac{89}{109}$?
- б) Может ли отношение $\frac{c}{d}$ равняться $\frac{1}{423}$?
- в) Найдите максимальное значение отношения $\frac{c}{d}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сборник задач по математике для поступающих в вузы. Под ред. Сканава М.И. 6-е изд. М.: Оникс, 2007.
2. Гусев В.А., Мордкович А.Г. Математика: Справочные материалы: Книга для учащихся. М.: АСТ, 2003.
3. Дорофеев Г.В., Потапов М.К., Розов Н.Х. Пособие по математике для поступающих в ВУЗы. (избранные вопросы элементарной математики). – М.: Дрофа, 2004.
4. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / под ред. И.В. Ященко. – Москва: Издательство «Национальное образование», 2022. – 224 с.
5. ЕГЭ 2022. Математика. Профильный уровень. 50 вариантов. Типовые варианты экзаменационных заданий от разработчиков ЕГЭ / И. В. Ященко, М.А. Волчкевич, О.А. Ворончагина и др.; под ред. И. В. Ященко. – М.: Издательство «Экзамен», 2022. – 231 с.
6. Козко А.И., Панферов В.С., Сергеев И.Н., Чирский В.Г. Задачи с параметрами, сложные и нестандартные задачи. – М.: МЦНМО, 2016.
7. Математика. Подготовка к ЕГЭ-2022. Профильный уровень. 40 тренировочных вариантов по демоверсии 2022 года: учебно-методическое пособие / под ред. Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова. – Ростов-н/Д: Легион, 2021. – 336 с.
8. Сергеев И. Н. ЕГЭ 2018. Тематический тренажёр. Математика. Профильный уровень: задания части 2 / И. Н. Сергеев, В. С. Панферов. – М.: УЧПЕДГИЗ, 2018. – 94 с.